

# 11. Řešené úlohy z učiva o čočkách



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

## Zobrazení tenkou čočkou

- úloh řešíme geometrickou konstrukcí ve vhodném měřítku
- úlohy řešíme poččetně pomocí **zobrazovací rovnice tenké čočky**

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f}$$

a... předmětová vzdálenost

a'... obrazová vzdálenost

f... ohnisková vzdálenost (její hodnota pro čočku s hodnotami poloměrů křivosti optických ploch  $r_1$  a  $r_2$  z materiálu o indexu lomu  $n_2$ , umístěné v látce o indexu lomu  $n_1$  splňuje vztah

$$\frac{1}{f} = \left( \frac{n_2}{n_1} - 1 \right) \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) = \varphi$$

$\varphi$ ... optická mohutnost čočky; jednotkou je  $\text{m}^{-1}$ , jinak také D, dioptrie

Pro výpočet hodnoty **příčného zvětšení** užíváme vztahy

$$Z = \frac{y'}{y} = -\frac{a'}{a} = -\frac{a' - f}{f} = -\frac{f}{a - f}$$

Při řešení úloh je potřeba správně užívat **znaménkovou konvenci**:

a...považujeme za kladné číslo, předmět je před čočkou

a'... záporná v případě, že je obraz neskutečný, zdánlivý, vzniká v předmětovém prostoru

y... kladná hodnota, stojí-li předmět nad optickou osou

y'...kladná hodnota, je-li obraz vzpřímený (záporná hodnota pro převrácený obraz)

f... kladná hodnota pro spojku, záporná pro rozptylku

**S užitím předcházejících vztahů řešte následující úlohy:**

1. Spojkou s ohniskovou vzdáleností 4 cm zobrazujeme předmět vysoký 1 cm umístěný ve vzdálenosti 12 cm, 8 cm a 2 cm. Určete polohu a vlastnosti obrazu.
2. Předchozí úlohu řešte pro případ zobrazení rozptylkou.
3. Spojkou zobrazujeme předmět tak, že je jeho obraz převrácený dvojnásobný. Pokud předmět přiblížíme o 15 cm k čočce, bude obraz stále převrácený, ale pětinasobný. Jaká je ohnisková vzdálenost spojky a jaká byla původní předmětová vzdálenost zobrazovaného předmětu?

## Řešení úloh:

1. Spojkou s ohniskovou vzdáleností 4 cm zobrazujeme předmět vysoký 1 cm umístěný ve vzdálenosti 12 cm, 8 cm a 2 cm. Určete polohu a vlastnosti obrazu.
- 

$$y = 1 \text{ cm}$$

$$f = 4 \text{ cm}$$

$$\underline{a = 12 \text{ cm}, 8 \text{ cm}, 2 \text{ cm}}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{a'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a}$$

$$\frac{1}{a'} = \frac{a - f}{fa}$$

$$\mathbf{a' = \frac{fa}{a - f}}$$

Pro  $a_1 = 12 \text{ cm}$ :

$$a_1' = \frac{4 \cdot 12}{12 - 4} \text{ cm} = \frac{48}{8} \text{ cm} = \mathbf{6 \text{ cm}}$$

$$y' = ? \text{ cm} \quad \frac{y'}{y} = -\frac{a'}{a}, \text{ tedy } \mathbf{y' = -\frac{a'}{a}y}$$

$$y_1' = -\frac{6}{12} \cdot 1 \text{ cm} = \mathbf{-0,5 \text{ cm}}$$

**Obraz bude skutečný, převrácený, dvakrát zmenšený (tj. o velikosti 0,5 cm) a vznikne ve vzdálenosti 6 cm.**

**Pro  $a_2 = 8$  cm:**

$$a_2' = \frac{4.8}{8-4} \text{ cm} = \mathbf{8 \text{ cm}}$$

$$y' = ? \text{ cm} \quad \frac{y'}{y} = -\frac{a'}{a}, \text{ tedy } y' = -\frac{a'}{a} y$$

$$y_2' = -\frac{8}{8} \cdot 1 \text{ cm} = \mathbf{-1 \text{ cm}}$$

**Obraz bude skutečný, převrácený, stejně velký (tj. o velikosti 1 cm) a vznikne ve vzdálenosti 8 cm.**

**Pro  $a_3 = 2$  cm:**

$$a_3' = \frac{2.4}{2-4} \text{ cm} = \mathbf{-4 \text{ cm}}$$

$$y' = ? \text{ cm} \quad \frac{y'}{y} = -\frac{a'}{a}, \text{ tedy } y' = -\frac{a'}{a} y$$

$$y_3' = -\frac{(-4)}{2} \cdot 1 \text{ cm} = \mathbf{2 \text{ cm}}$$

**Obraz bude neskutečný, vzpřímený, zvětšený (tj. o velikosti 2 cm) a vznikne ve vzdálenosti 4 cm od čočky v předmětovém prostoru.**

2. Rozptylkou s ohniskovou vzdáleností 4 cm zobrazujeme předmět vysoký 1 cm umístěný ve vzdálenosti 12 cm, 8 cm a 2 cm. Určete polohu a vlastnosti obrazu.
- 

$$y = 1 \text{ cm}$$

$$f = -4 \text{ cm}$$

$$a = \underline{12 \text{ cm}, 8 \text{ cm}, 2 \text{ cm}}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{a'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a}$$

$$\frac{1}{a'} = \frac{a - f}{fa}$$

$$a' = \frac{fa}{a - f}$$

**Pro  $a_1 = 12 \text{ cm}$ :**

$$a_1' = \frac{(-4) \cdot 12}{12 - (-4)} \text{ cm} = -\frac{48}{16} \text{ cm} = -3 \text{ cm}$$

$$y' = ? \text{ cm} \quad \frac{y'}{y} = -\frac{a'}{a}, \text{ tedy } y' = -\frac{a'}{a} y$$

$$y_1' = -\frac{(-3)}{12} \cdot 1 \text{ cm} = 0,25 \text{ cm}$$

**Obraz bude neskutečný, vzpřímený, čtyřikrát zmenšený (tj. o velikosti 0,25 cm) a vznikne ve vzdálenosti 3 cm před čočkou, tj. v předmětovém prostoru.**

**Pro  $a_2 = 8$  cm:**

$$a_2' = \frac{(-4) \cdot 8}{8-4} \text{ cm} = -\frac{32}{12} \text{ cm} = -\frac{8}{3} \text{ cm} = -2,7 \text{ cm}$$

$$y' = ? \text{ cm} \quad \frac{y'}{y} = -\frac{a'}{a}, \text{ tedy } y' = -\frac{a'}{a} y$$

$$y_2' = -\frac{(-2,7)}{8} \cdot 1 \text{ cm} = \frac{1}{3} \text{ cm} (= 0,33 \text{ cm})$$

**Obraz bude neskutečný, vzpřímený, zmenšený (tj. o velikosti 1/3 cm) a vznikne ve vzdálenosti 2,7 cm před čočkou.**

**Pro  $a_3 = 2$  cm:**

$$a_3' = \frac{2 \cdot (-4)}{2 - (-4)} \text{ cm} = -\frac{8}{6} \text{ cm} = -\frac{4}{3} \text{ cm}$$

$$y' = ? \text{ cm} \quad \frac{y'}{y} = -\frac{a'}{a}, \text{ tedy } y' = -\frac{a'}{a} y$$

$$y_3' = -\frac{(-1,3)}{2} \cdot 1 \text{ cm} = 0,7 \text{ cm}$$

**Obraz bude neskutečný, vzpřímený, zmenšený (tj. o velikosti 0,7 cm) a vznikne ve vzdálenosti 4/3 cm od čočky v předmětovém prostoru.**

3. Spojkou zobrazujeme předmět tak, že je jeho obraz převrácený dvojnásobný. Pokud předmět přiblížíme o 15 cm k čočce, bude obraz stále převrácený, ale pětinasobný. Jaká je ohnisková vzdálenost spojky a jaká byla původní předmětová vzdálenost zobrazovaného předmětu?

---

$$Z_1 = -2 \quad \text{při předmětové vzdálenosti } a$$

$$Z_2 = -5 \quad \text{při předmětové vzdálenosti } (a-15)\text{cm}$$

$$\underline{f = ? \text{ cm}}$$

$$Z = -\frac{f}{a-f}$$

$$Z_1 = -\frac{f}{a-f}$$

$$Z_2 = -\frac{f}{a-15-f}$$

do obou rovnic dosadíme hodnoty  $Z_1$  a  $Z_2$  a získáme soustavu dvou rovnic o dvou neznámých  $a$  a  $f$ :

$$-2 = -\frac{f}{a-f}$$

$$-5 = -\frac{f}{a-15-f}$$


---

$$2(a-f) = f$$

$$\underline{5(a-15-f) = f}$$

$$2a - 2f = f$$

$$\underline{5a - 75 - 5f = f}$$



$$2a = 3f, \text{ tedy } a = \frac{3}{2}f$$

$$5 \cdot \frac{3}{2}f - 75 = 6f$$

---

$$-75 = 6f - \frac{15}{2}f$$

$$75 = 1,5f, \text{ tedy } f = 50 \text{ cm}, a = \frac{3}{2}f = 75 \text{ cm}.$$

**Čočka má ohniskovou vzdálenost 50 cm a původní vzdálenost předmětu od čočky byla 75 cm.**

4. Na základě získaných vědomostí z učiva o čočkách i z řešených úloh shrňte přehledně, jak bude vypadat obraz ve spojce a rozptylce v závislosti na poloze předmětu před čočkou.